

EXAME DE SELEÇÃO 2015
PÓS-GRADUAÇÃO EM ESTATÍSTICA
DEPARTAMENTO DE MÉTODOS ESTATÍSTICOS - UFRJ

1. Um dado equilibrado é lançado e depois n moedas honestas são lançadas, sendo n o número mostrado na face superior do dado. Qual é a probabilidade de se obter exatamente duas caras?
2. Três companhias aéreas servem uma cidade no estado do Rio de Janeiro, ou seja, têm 100% de todos os voos programados. Destes voos programados, a companhia A tem 50%, a companhia B tem 30% e a companhia C tem 20%. As taxas de voos que saem no horário programado são 80%, 65% e 40%, respectivamente para as companhias A, B e C.
 - (a) Um voo acaba de sair no horário programado. Qual é a probabilidade que ele seja da companhia C?
 - (b) Qual é a probabilidade de um voo não ser da companhia B ou não sair no horário programado?
3. Considere a função $g(\theta) = \theta^2 - 2\theta X + Y$. Encontre a probabilidade que g tenha raízes complexas considerando os coeficientes X e Y como variáveis aleatórias com função de densidade de probabilidade conjunta $f(x, y) = \frac{12}{7}x(x+y)$ se $0 < x < 1$ e $0 < y < 1$, e $f(x, y) = 0$ caso contrário.
4. As variáveis aleatórias X e Y têm função de densidade de probabilidade conjunta dada por

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} e^{-y}(1 - e^{-x}), & \text{se } 0 < x \leq y; \\ e^{-x}(1 - e^{-y}), & \text{se } 0 < y \leq x; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$
 - (a) Determine $\Pr(\{X > 1\} \cap \{Y < 3\})$.
 - (b) Encontre a distribuição marginal de X .
5. Sejam X e Y variáveis aleatórias independentes cada uma com distribuição uniforme no intervalo $(0,1)$. Defina $U = XY$ e $V = X/Y$.
 - (a) Obtenha a densidade conjunta de U e V via método do jacobiano.
 - (b) Utilize a função de densidade de probabilidade marginal de U para calcular o valor esperado de U .

Sugestão: $\int \log(x)dx = x(\log(x) - 1)$.