

Universidade Federal do Rio de Janeiro
Instituto de Matemática
Programa de Pós Graduação em Estatística
Exame de Seleção 2016 - Duração: 2h
03/02/2016.

- Em uma turma de 30 alunos, 10 são homens e 20 são mulheres. 5 alunos são selecionados aleatoriamente (considere que a chance de qualquer pessoa ser selecionada é a mesma) para sentar na primeira fileira da sala de aula (cinco carteiras dispostas uma ao lado da outra). Responda as seguintes questões:
 - Qual a probabilidade de que pelo menos dois homens sejam selecionados?
 - Qual a probabilidade de que duas pessoas do mesmo sexo não sentem uma do lado da outra na primeira fileira?
 - Se as duas primeiras carteiras são ocupadas por homens, qual a probabilidade de que cinco homens foram selecionados para se sentar na primeira fileira?
- Em uma estação, o trem que vai para determinada cidade está programado para passar a cada hora exata (por exemplo, 6h, 7h, etc.). Os trens, entretanto, nem sempre são pontuais, e seu horário de chegada na estação é uniforme entre 5 minutos antes do horário previsto até 5 min depois. Quando eles chegam adiantados, devem esperar até o horário exato de sair. Seja X o tempo de saída do trem que estava programado para as 6h. Responda as seguintes questões:
 - Qual a função de distribuição acumulada de X ? Esboce essa função.
 - Se o tempo de chegada de um pessoa à estação é uniforme entre 5:40h e 6:10h, qual a probabilidade dela conseguir pegar o trem das 6h?
- Dois lançamentos independentes são feitos de um dado honesto. Seja X o número de faces iguais a *um* obtidas nos dois lançamentos; e Y o número de faces iguais a *seis*.
 - Obtenha a função de probabilidade conjunta de X_1 e X_2
 - Calcule $Var(3X - 2Y + 5)$
- Sabe-se que o número de carros que passam em uma rua durante o período de uma semana é uma variável aleatória com média igual a 150 e variância σ^2 .
 - Forneça um limite superior para a probabilidade de que o número de carros que passam pela rua seja maior ou igual a 200 em determinada semana.

Para as letras (b) e (c), suponha que $\sigma^2 = 1600$.
 - O que pode ser dito sobre a probabilidade de passarem entre 100 e 200 carros em uma determinada semana?
 - Usando o teorema central do limite, calcule quantas semanas são necessárias para assegurar que a média semanal do número de carros que passam pela rua fique entre 140 e 160 com probabilidade de pelo menos 0,9.