

Exame de Seleção 2002  
Mestrado em Estatística  
IM-UFRJ

01 - 02 - 2002

Duração: 2 horas

Leia atentamente o enunciado das questões antes de responder.

Boa Sorte

\* 1ª Questão: Um experimento consiste em jogar um dado até que o mesmo resultado seja obtido por 2 vezes consecutivas.

1. Qual é o espaço amostral?
2. Qual é a probabilidade do experimento acabar em 5 jogadas do dado.
3. Determine a função de probabilidade de  $X$ , o número de jogadas do dado.

2ª Questão: Seja  $X$  uma variável aleatória com densidade

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & , \text{ para } x > 0 \\ 0 & , \text{ caso contrário} \end{cases}$$

1. Calcule  $Pr(X \leq x | X > 4)$ ,  $\forall x \in R$ .
2. Obtenha a função de distribuição e a densidade de  $X | X > c$ . Comente o resultado, comparando-o com a função de distribuição e a densidade de  $X$ .  
*Sugestão:* use o resultado obtido no item anterior.
3. Obtenha a esperança e a mediana condicionais de  $X | X > c$ . Comente o resultado, comparando-o com a esperança e a mediana de  $X$ .

\* 3ª Questão: Suponha que  $X_1$  e  $X_2$  são variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas com densidade

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}, \text{ para } x \in R$$

e sejam  $Y = X_1/X_2$ ,  $Z_1$  é a distância de  $(X_1, X_2)$  à origem e  $Z_2$  é o ângulo que a reta ligando o ponto  $(X_1, X_2)$  à origem faz com o eixo dos  $x$ 's.

1. Qual é a densidade de  $Y$ ?  
*Sugestão:* Complete com  $W = r_2(X_1, X_2)$  a transformação  $(X_1, X_2) \rightarrow (Y, W)$ .
2. Obtenha a densidade conjunta de  $Z_1$  e  $Z_2$  e as respectivas densidades marginais.

*dividido* 4ª Questão: Os tempos de vida de lâmpadas de um lote têm distribuição exponencial com média e desvio padrão de 100 horas. Quantas lâmpadas são necessárias para garantir com 95% de probabilidade que um ambiente permanecerá iluminado por 1000 horas supondo que

1. as lâmpadas são acesas em sequência, isto é, uma só é ligada quando a outra queima.
2. as lâmpadas são acesas todas simultaneamente.