

Exame de Seleção 2005
Mestrado em Estatística
IM-UFRJ

31 - 01 - 2005

Duração: 2 horas

Leia atentamente o enunciado das questões antes de responder.

Boa Sorte

dividido 1ª Questão: Cada página de um livro contém N símbolos, possivelmente com erros de impressão. O livro contém n páginas e r erros de impressão. Ache a probabilidade de que as páginas de números $1, 2, \dots, n$ contenham respectivamente, r_1, r_2, \dots, r_n erros de impressão.

dividido 2ª Questão: Assuma que a probabilidade condicional que uma criança de um certo casal seja do sexo masculino seja dada por $0,5 + m\epsilon_1 - f\epsilon_2$, onde ϵ_1 e ϵ_2 são constantes positivas e pequenas, m e f são respectivamente os números de meninos e meninas que o casal já teve.

a) Qual a probabilidade de que a terceira criança seja do sexo masculino dado que as duas mais novas são do sexo feminino?

b) Qual a probabilidade de que as duas primeiras crianças nascidas sejam do sexo masculino?

c) Encontre a probabilidade de pelo menos um menino em dois nascimentos.

d) Que restrição ϵ_1 e ϵ_2 devem satisfazer, quando $m > 0$ e $f > 0$, para que a medida de probabilidade condicional definida acima satisfaça os axiomas de probabilidade.

Obs: Os valores encontrados nos itens (a), (b) e (c) são funções de ϵ_1 e ϵ_2 .

3ª Questão: Considere duas variáveis aleatórias com função de densidade de probabilidade conjunta dada por

$$f(x, y) = \begin{cases} cxy & , \text{ se } 0 < x < 2 \text{ e } 0 < y < x \\ 0 & , \text{ caso contrário} \end{cases}$$

a) Ache o valor de c .

b) Encontre as densidades das distribuições marginais de X e Y .

c) X e Y são independentes? Justifique a sua resposta.

d) Ache $f_1(x|y)$ e $E(X|Y)$.

dividido 4ª Questão: Um corredor procura controlar seus passos em uma corrida de 100 metros. Assuma que seus passos distribuem-se independentemente com média $\mu = 0,97m$ e desvio padrão de $\sigma = 0,1m$.

a) Usando a desigualdade de Chebyshev determine uma cota superior para a probabilidade de que 100 passos difiram de 97 metros por mais de 2 metros.

b) Determine a mesma probabilidade utilizando o Teorema Central do Limite.

c) Comente sobre as diferenças entre os resultados obtidos nos itens (a) e (b)