

Exame de Seleção 2006  
Mestrado em Estatística  
IM-UFRJ

01 - 02 - 2006

Duração: 2 horas

Responda verdadeiro (V) ou falso (F) para as seguintes afirmativas em cada Questão. Cada resposta errada anula uma resposta certa.

Questão 1: Considere um espaço amostral S, de um experimento qualquer.

- dividido*
- (1) Se A, B e C são eventos do espaço amostral S, então o evento "exatamente um dos eventos ocorre" pode ser expresso na notação de conjunto como  $(A \cap B^c \cap C^c) \cup (A^c \cap B \cap C^c) \cup (A^c \cap B^c \cap C)$ .
  - (2) Se A e B são dois eventos disjuntos então A e B são independentes.
  - (3) Se A e B são dois eventos quaisquer de S, onde  $P(A) = 1/2$ ,  $P(B) = 1/3$  e  $P(A \cup B) = 3/4$ , então  $P(A^c \cap B) = 1/4$  e  $P(A^c \cap B^c) = 1/4$ .
  - (4) Se A e B são dois eventos quaisquer de S, então se  $P(A|B) > P(A)$  tem-se que  $P(B|A) > P(B)$ .

Questão 2: Seja X uma variável aleatória com densidade f(x).

- dividido*
- (5) Se  $Y = aX + b$ , onde  $a, b > 0$  são constantes, então Y é uma variável aleatória com densidade  $g(y) = \frac{1}{a} f(\frac{y}{a})$ .
  - (6) Se  $f(\mu + x) = f(\mu - x)$ , para  $\mu$  fixo e todo  $x \in \mathbb{R}$ , então  $P(X \geq \mu + x) = P(X \leq \mu - x)$ , para todo  $x \in \mathbb{R}$ .
  - (7) Se X tem distribuição uniforme em  $(a, b)$ , onde  $a < b$ , então  $f(x) = x$ , se  $a < x < b$ , e  $f(x) = 0$  caso contrário.
  - (8) Se  $f(x) = (3/2)x^2$ , para  $-1 < x < 1$ , e  $f(x) = 0$ , caso contrário, então  $E(X^2) = 0$ .

Questão 3: A densidade conjunta das variáveis aleatórias X e Y é dada por

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} 6x^2y & , \text{ se } 0 < x < 1, \quad 0 < y < 1 \\ 0 & , \text{ caso contrário} \end{cases}$$

- (9) Se  $0 < x < 1$ , a função de distribuição de X é  $F_X(x) = x^3$ .
- (10) A densidade condicional de X dado  $Y = 0,25$  é  $f_{X|Y}(x|0,25) = \begin{cases} 3x^2 & , \text{ se } 0 < x < 1 \\ 0 & , \text{ caso contrário} \end{cases}$ .
- (11)  $P(X > 0,5|Y > X) = 1/5$ .
- (12)  $E(X + Y) < 3/2$ .
- (13)  $\text{Cov}(X, Y) = -1/10$ .

*dividido* \*\*\* Questão 4: Suponha que o número de itens produzidos em uma fábrica por dia é uma variável aleatória com média de 50 unidades e variância  $\sigma^2$  (unidades).

- (14) A probabilidade da produção em um dia superar 75 unidades é menor que  $2/3$ .
- (15) Se a variância  $\sigma^2 = 25$  unidades, a probabilidade da produção em um dia estar entre 40 e 50 é igual a  $3/4$ .
- (16) Usando o teorema do limite central, ainda supondo  $\sigma^2 = 25$ , se Y é o número médio de itens produzidos em n dias consecutivos, o menor valor de n tal que  $P(Y > 50.5) < 0.01$  é  $n = 24$ .