

Universidade Federal do Rio de Janeiro
Instituto de Matemática
Programa de Pós Graduação em Estatística
Exame de Seleção 2012 - Duração: 2h
13/02/2012.

1a. Questão :

Mostre que :

- (a) $P(A^C | B) = 1 - P(A | B)$ $P(A \cap B)$?
(b) $P(A \cup C | B) = P(A | B) + P(C | B) - P(AB | C)$
(c) Se A e B são independentes, então A^C e B^C também são independentes.

2a. Questão :

(a) Suponha que uma urna contenha r bolas vermelhas e w bolas brancas. Suponha também que as bolas são retiradas da urna aleatoriamente, uma de cada vez e sem reposição.

(i) Qual é a probabilidade de que todas as bolas vermelhas serão retiradas antes de qualquer bola branca?

(ii) Qual é a probabilidade de que todas as bolas vermelhas serão retiradas antes de 2 bolas brancas?

(b) Suponha que 30% das garrafas produzidas por uma fábrica sejam defeituosas. Se uma garrafa é defeituosa, a probabilidade de um inspetor perceber o defeito e removê-la do lote é de 0.9. Se uma garrafa não é defeituosa, com probabilidade igual a 0.2, o inspetor pensará que ela é defeituosa e a removerá do lote.

(i) Se uma garrafa é removida do lote, qual é a probabilidade dela ser defeituosa?

(ii) Se um cliente compra uma garrafa que não foi removida do lote, qual é a probabilidade dela ser defeituosa?

3a. Questão :

Considere uma distribuição uniforme no triângulo de vértices $(0, 0)$, $(5, 0)$ e $(5, 5)$.

(a) Determine a fdp conjunta de X e Y .

(b) Determine as fdp's marginais de X e Y .

(c) Calcule $P(X + Y < 2)$.

(d) Calcule $P(X > 1 | Y = 3)$.

4a. Questão :

Sejam X e Y duas variáveis aleatórias tais que,

$$f(x, y) = 4 \exp\{-2(x + y)\}, \quad x > 0, y > 0.$$

(a) Obtenha a distribuição de $W = X + Y$.

(b) Determine $Var(X)$.

(c) Seja $Z = XY$, determine $E(Z)$. $\rightarrow X=Y \rightarrow Z=X^2$